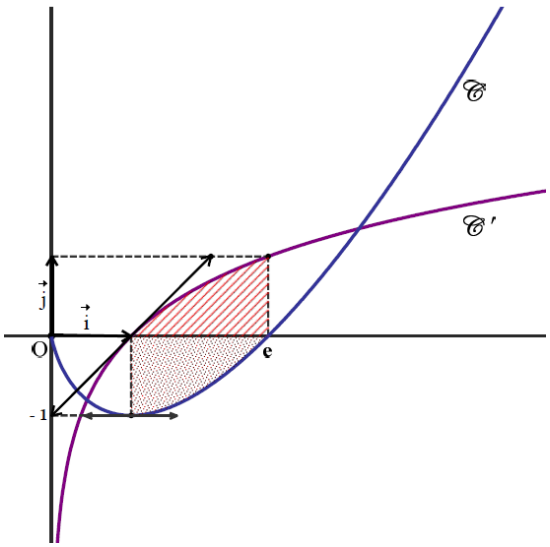
EXERCICE N°1 — 6points

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, les courbes respectives $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ des fonctions f (définie sur $[0,+\infty[$) et g (définie sur $]0,+\infty[$).

1) Chacune des courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$, admet une branche parabolique, une de direction $(O,\vec{j})$ et l'autre de direction $(O,\vec{i})$. A l'aide de ces données et par une lecture graphique donner :
   a) $f(1)$, $f(e)$, $g(1)$, $g(e)$, $f'(1)$, $g'(1)$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$
   b) La position de chacune de $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ par rapport à l'axe des abscisses
2) On admet que $g(x)=a\ln x+b$ pour tout $x>0$ où a et b des constantes réelles
   a) Exprimer en fonction de a et b, $g(1)$ et $g(e)$
   b) En déduire que g est la fonction logarithme népérienne
3) On admet que $f(x)=x(c\ln x+d)$ pour tout $x>0$ où c et d des constantes réelles
   a) Exprimer en fonction de c et d, $f(1)$ et $f(e)$
   b) En déduire que f est définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases}f(0)=0\\ f(x)=x\ln x-x\text{ , si }x>0\end{cases}$
4) a) Etudier la continuité et la dérivabilité de f à droite en 0. Préciser alors la demi-tangente à $\mathscr{C}$ en O
   b) Etudier la variation de f sur $[0,+\infty[$
5) Soient $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$ les aires des parties du plan limitées respectivement par $\mathscr{C}$ et $\mathscr{C}'$ d'une part et par les droites d'équations : $x=1$, $x=e$ et $y=0$ d'autre part.
   a) Calculer $\mathscr{A}'$
   b) Montrer par une intégration par parties que $\int_1^e x\ln x\,dx=\dfrac{e^2+1}{4}$
   c) En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} de $\mathscr{A}$. Comparer alors $\mathscr{A}$ et $\mathscr{A}'$.



: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°2 — 7 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points $A(1,0,2)$, $B(-2,1,-1)$ et $C(0,0,1)$.

1°) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Déduire que les points *A*, *B* et *C* déterminent un plan *P* dont une équation cartésienne est $x-z+1=0$.

2°) On considère les points $I(1,-1,-1)$ et $J\left(-\frac{1}{2},-1,\frac{1}{2}\right)$ et soit Δ la droite passant par *I* et perpendiculaire à P.

a) Montrer que la droite Δ coupe le plan P en *J*.

b) Calculer la distance *IJ*.

3°) Soit *S* l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace vérifiant : $x^2+y^2+z^2-2x+2y+2z-2=0$.

a) Montrer que *S* est une sphère de centre *I* et de rayon *R* que l'on déterminera.

b) Montrer que le plan *P* coupe la sphère *S* suivant le cercle de centre *J* et de rayon $r=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

4°) Pour $\theta\in[0,2\pi[$, on considère le point $N(1+\cos\theta,-1+\sin\theta,-3)$.

a) Vérifier que *N* est un point de la sphère *S*.

b) Justifier que le point *N* n'appartient pas au plan P.

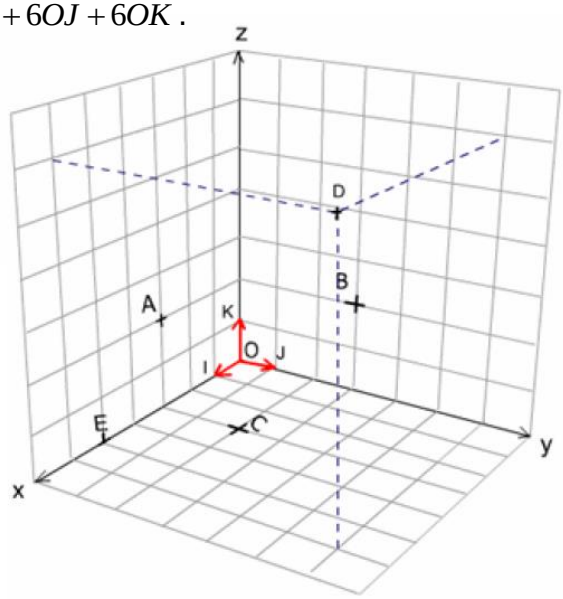
c) Montrer que $\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AN}=-5-\cos\theta$.

d) En déduire la valeur de θ pour laquelle le volume du tétraèdre *ABCN* est minimal.

EXERCICE N°3 — 7 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OK})$.

Dans la figure ci-dessous *ABCD* est un tétraèdre tel que $\overrightarrow{OD}=6\overrightarrow{OI}+6\overrightarrow{OJ}+6\overrightarrow{OK}$.



1°) a) Préciser les coordonnées de chacun des points *A*, *B*, *C* et *E*.

b) Vérifier que $\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}$.

c) Calculer le volume du tétraèdre *ABCD*.

d) En déduire la distance du point *D* au plan (*ABC*).

2°) a) Donner une équation cartésienne du plan P = (*ABC*) ;

puis vérifier que *E* appartient à P.

b) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ

perpendiculaire à (P) en *E*.

3°) On considère le plan $(Q):ax+by+(a-3)z-6=0$ où *a* et *b* sont deux réels.

a) Montrer que (P) et (Q) sont perpendiculaires si et seulement si $2a+b-3=0$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

b) Déterminer alors a et b sachant que (P) et (Q) sont perpendiculaires et $\Delta \subset (Q)$.

4°) Soit S la sphère de centre $\Omega(1,\ 1,\ 1)$ et de rayon $\sqrt{3}$.

Montrer que S coupe le plan P suivant un cercle $\mathscr{C}$ dont on précisera le centre et le rayon.

: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com